

Záróvizsga tételsor

alkalmazott matematikus MSc

A tételsor két részből áll: a törzsanyag tételekből és a szakirány tételekből. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután a másik csoportba tartozó egyik tételből ad a bizottság egy kisebb fejezetet, melyet külön felkészülési idő biztosítása után kér számon. (A záróvizsgajegy a két tételből nyújtott teljes felelet alapján kerül megállapításra. Ha a vizsgázó bármelyik tételét nem tudja, a záróvizsgajegy elégtelen.)

A vizsgázó a záróvizsgára történő jelentkezéssel egyidőben az erre a célra rendszeresített űrlapon a törzsanyag tételek (1.-9. tételek) közül ötöt kiválaszt (a szakiránynak megfelelően néhány tétel választása kötelező), az űrlapot aláírva a Matematikai Intézet irodájában adja le. Ez a lap a záróvizsgán a bizottsághoz kerül, törzsanyag tétel csak a megjelölt tételek közül húzható, valamint törzsanyaghoz tartozó kérdés is csak a megjelölt tételekből adható.

Törzsanyag tételek

1. Véges testek és alkalmazásai

Véges testek alaptulajdonságai, karakterisztika, elemszám, résztestek, létezés és egyértelműség. Véges testek multiplikatív csoportja, primitív elem. Körosztási polinomok, irreducibilis polinomok, polinomok felbontása véges testek felett. Kódelméleti alkalmazások.

2. Gráfelmélet

Gráfok színezése, kromatikus szám, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index. Független, lefogó csúcshalmazok és élhalmazok. Párosítások, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban.

3. Konvex optimalizálás

Szeparációs és elválasztási tételek konvex halmazokra és konvex függvényekre, következmények. Konvex függvények iránymenti deriváltja és szubgradiense, kalkulus szabályok. Konvex programozási feladatok, Kuhn-Tucker-tétel.

4. Diszkrét optimalizálás

Hozzárendelési probléma, magyar módszer. Halmazlefedési probléma. Kínai postás probléma. Utazó ügynök probléma metrikus és nem metrikus esete. Maximális folyamok hálózatokban, Ford-Fulkerson-tétel, Edmonds-Karp-tétel.

5. Fourier-sorok

Klasszikus és komplex trigonometrikus rendszer, Weierstrass tételei, a Riemann-Lebesgue lemma, Dirichlet-féle magfüggvények, Fejér-féle magfüggvények, Fejér közepek normakonvergenciája, Fejér-Lebesgue-tétel, a Dini- és a Lipschitz-féle konvergencia kritérium.

6. Közönséges differenciálegyenletek

A stabilitás alapfogalmai, lineáris differenciálegyenletek stabilitása, Ljapunov-függvények. Lineáris peremérték-feladatok, Green-függvény. A variációszámítás alapjai, Euler-Lagrange-egyenlet.

7. Parciális differenciálegyenletek

Lineáris és kvázilineáris másodrendű parciális differenciálegyenletek osztályozása, kanonikus alakja. Elliptikus, parabolikus és hiperbolikus egyenletekre vonatkozó feladatok (kezdeti érték feladatok, peremérték feladatok, maximum tétel).

8. Sztochasztikus folyamatok

Kolmogorov-féle alaptétel. Gauss-folyamatok, Wiener-folyamatok és tulajdonságaik. Martingálok, nevezetes egyenlőtlenségek, konvergenciatételek.

9. Algoritmusok

Szélességi és mélységi keresés. Legrövidebb utak keresése (Dijkstra-, Bellman-Ford-, Floyd-Warshall-algoritmus). Minimális feszítőfák (Kruskal-, Prim-, Borůvka-algoritmus). Valószínűségi és determinisztikus prímtesztek.

Szakirány tételek (pénzügyi matematika szakirány)

10. Többváltozós statisztika

Főkomponens analízis, faktoranalízis, osztályozási módszerek (maximum likelihood és Bayes-döntés), klaszteranalízis (hierarchikus eljárások és k-közép módszer).

11. Származtatott értékpapírok

Származtatott értékpapírok, határidős ügyletek és opciós szerződések. Határidős ügyletek árazása, opciós díjak alaptulajdonságai (tényezők, korai lehívás, korlátok, put-call paritás). Görögök, Monte Carlo szimuláció opciós díjak meghatározására.

12. Diszkrét idejű piacok

Diszkrét idejű piacok, bináris piacok, kereskedési stratégiák. Ekvivalens martingálmértékek, arbitrázsmentesség és piaci teljesség fogalma, karakterizációja, opcióárazási alaptételek diszkrét idejű piacokon.

13. Hasznosság- és portfólióelmélet

Hasznosság és várható hasznosság (Arrow-Debreu-tétel és Neumann-Morgenstern-tétel), kockázatkerülés és mértéke. Optimális hasznosságú portfóliók. Mean-variance portfólióanalízis, hatékony portfóliók görbéje, tőkepiaci egyenes.

14. Biztosítási matematika és kockázati mértékek

Egyéni és összetett kockázat modellje, eljárások az összkár eloszlásának meghatározására és becslésére. Kárszámmodellek, $(a,b,0)$ -típusú eloszlások, jellemzésük. Kockázati mértékek, kvantilis, Value at Risk, Expected shortfall és tulajdonságai.

15. Idősorok elemzése

Gyengén stacionárius folyamatok. Autokorreláció és parciális autokorreláció függvény. Wold-felbontás, lineáris idősortmodellek, ARIMA folyamatok. Idősorok modellezése és előrejelzése ARIMA folyamatokkal, a Box-Jenkins-módszer.

16. Black-Scholes piac

A részvényárfolyamat modellezése folytonos időben, Ito-folyamatok alapjai, Ito-formula. Black-Scholes-modell, volatilitás és becslése, Black-Scholes-egyenlet és árazási formula.

17. Ökonometria

A standard lineáris modell feltételrendszere, hipotézisvizsgálat a standard lineáris modellben. A paraméterbecslések stabilitásának tesztelése. Heteroszkedaszticitás tesztelése és feloldása: WLS, GLS és FGLS becslések. Példák.

Szakirány tételek (számítástudomány szakirány)

18. Adatbányászat

Adatbányászat fogalma, feladatai, 5-lépcsős folyamata. Mintavételezés, feltárás, módosítás. Módszerek összehasonlítása, statisztikai mutatók, grafikus eszközök. Felügyelt adatbányászat, döntési fák, neurális hálók, regresszió, legközelebbi társ módszer, SVM. Nem-felügyelt adatbányászat, asszociációs szabályok, klaszterezés.

19. Kriptográfia és adatbiztonság

Támadási módszerek az RSA ellen. Elliptikus görbéken alapuló titkosítási rendszerek bemutatása. A Merkle–Hellman és más knapsack problémán alapuló titkosítási rendszerek. Titokmegosztás. Pszeudo-véletlen számok generálása.

20. WWW és hálózatok matematikája

A PageRank algoritmus, átmenetmátrixok és tulajdonságaik, a HITS algoritmus. Klaszterezési eljárások, a k-means algoritmus, gráfok klaszterei. Az internet gráfmodelljei, véletlen gráfok, Erdős-Rényi modell, Watts-Strogatz modell, Kleinberg modell, mohó algoritmus navigációra.

21. Véges geometria és kódelmélet

Véges projektív és affin síkok és kombinatorikai tulajdonságaik. Affin és projektív síkok és terek véges test felett. Kollineációk. Ívek, oválisok, Segre tétele. Lineáris kódok kapcsolata véges projektív terek ponthalmazaival.

22. Algoritmuselmélet

Turing-gépek, rekurzív és rekurzív felsorolható nyelvek, algoritmikus eldönthetőség, nevezetes eldönthetetlen nyelvek. Nemdeterminisztikus Turing-gépek, P és NP nyelvosztályok. Polinomiális visszavezetés, NP-teljesség, nevezetes NP-teljes nyelvek.

23. Algoritmusok és adatstruktúrák

Algoritmus fogalma. Példák algoritmusra: lineáris keresés, bináris keresés. Nevezetes adatszerkezetek fogalma, felépítése és kezelése (keresés, beszúrás, törlés): verem, sorok, láncolt listák, gyökeres fák, hasítóábrák, bináris keresőfák.